

# 人脸识别中基于核的子空间鉴别分析

陈伏兵<sup>1)2)</sup> 韦相和<sup>1)</sup> 陈秀宏<sup>1)2)</sup> 杨静宇<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(淮阴师范学院, 淮安 223001) <sup>2)</sup>(南京理工大学计算机科学系, 南京 210094)

**摘要** 尽管基于 Fisher 准则的线性鉴别分析被公认为特征抽取的有效方法之一,并被成功地用于人脸识别,但是由于光照变化、人脸表情和姿势变化,实际上的人脸图像分布是十分复杂的,因此,抽取非线性鉴别特征显得十分必要。为了能利用非线性鉴别特征进行人脸识别,提出了一种基于核的子空间鉴别分析方法。该方法首先利用核函数技术将原始样本隐式地映射到高维(甚至无穷维)特征空间,然后在高维特征空间里,利用再生核理论来建立基于广义 Fisher 准则的两个等价模型,最后利用正交补空间方法求得最优鉴别矢量来进行人脸识别。在 ORL 和 NUST603 两个人脸数据库上,对该方法进行了鉴别性能实验,得到了识别率分别为 94% 和 99.58% 的实验结果,这表明该方法与核组合方法的识别结果相当,且明显优于 KPCA 和 Kernel fisherfaces 方法的识别结果。

**关键词** Fisher 线性鉴别分析 核函数 正交补空间 人脸识别

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)09-1242-07

## Subspaces Discriminant Analysis Based Kernel Trick for Human Face Recognition

CHEN Fu-bing<sup>1)2)</sup>, WEI Xiang-he<sup>1)</sup>, CHEN Xiu-hong<sup>1)2)</sup>, YANG Jing-yu<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(Huaiyin Teacher's College, Huai'an 223001)

<sup>2)</sup>(Department of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

**Abstract** Linear discriminant analysis based on Fisher criterion is one of effective methods for feature extraction, and it was successfully utilized for face recognition. But face image data distribution in practice is highly complex because of illumination, facial expression and pose variations. So it is necessary to extract nonlinear features for face recognition. A novel method called subspace discriminant analysis based on kernel trick is presented in this paper. In the new approach, the kernel trick is used firstly to project the original samples into an implicit space called feature space by nonlinear kernel mapping, then two equivalent models based on generalized Fisher criterion have established by the Theory of Reproducing Kernel in the feature space, and the optimal discriminant vectors are solved finally by using the technique of orthogonal complementary space. The proposed algorithm was tested and evaluated on the ORL face database and the NUST603 face database, which can reach recognition rate such as 94% and 99.58%, respectively. The experimental results show that the novel method outperforms both KPCA in [8, 9] and Kernel fisherfaces in [13] and is comparable with the method in [14] in terms of correct recognition rate.

**Keywords** Fisher linear discriminant analysis, kernel function, orthogonal complementary space, human face recognition

## 1 引言

模式识别中,基于 Fisher 准则的线性鉴别分析

被公认为特征抽取的有效方法之一,其基本思想是通过选择使得 Fisher 准则函数达到极值的矢量作为最佳鉴别矢量,以便使得样本在该矢量上投影后,达到最大的类间离散度和最小的类内离散度。在

基金项目: 国家自然科学基金项目(60472060 60473039 60503026) 江苏省自然科学基金指导项目(05KJD520036)

收稿日期: 2005-07-01 改回日期: 2005-09-12

第一作者简介: 陈伏兵(1964~),男,副教授。1998年获东南大学理学硕士学位,现为南京理工大学博士研究生。主要研究方向为时间序列、模式识别、图像处理等。E-mail: cf631123@sina.com

Fisher 思想的基础上, Wilks 等创立了经典的 Fisher 线性鉴别分析( Fisher discriminant analysis, FDA)<sup>[1,2]</sup>方法。近年来, Belhumeur、Liu 等用其来解决人脸识别问题<sup>[3,4]</sup>。除了经典的 Fisher 线性鉴别分析方法外, 1970 年, Sammon 提出了基于 Fisher 鉴别准则的最佳鉴别平面<sup>[5]</sup>的概念, 随后, 在 1975 年, Foley 和 Sammon 又进一步提出了采用一组满足正交条件的最佳鉴别矢量集来进行特征抽取的方法<sup>[6]</sup>, 即 Foley-Sammon 线性鉴别分析( 简称 F-S 线性鉴别分析或 FSDA ), 它是先通过寻找一组最大化 Fisher 准则函数且满足正交条件的最佳鉴别矢量来构成子空间, 然后将原始样本在该子空间内的投影矢量作为鉴别特征用于识别。由于满足正交条件的最佳鉴别矢量在几何上是独立的, 因此用该最佳鉴别矢量集抽取的特征之间的冗余信息可明显地降低。

近 10 年来, 核函数技术<sup>[7~14]</sup>在模式识别领域中得到了迅猛的发展。它最初是由 Vapnik 提出, 并应用于支持向量机( support vector machine, SVM)<sup>[7]</sup>, 其基本思想是通过适当的非线性映射  $\phi$  来将非线性可分的原始样本变换到某一线性可分的高维特征空间  $H$ , 而这种非线性映射  $\phi$  是通过定义适当的内积函数实现的。Schölkopf 等利用核技术又将经典的主分量分析( principal component analysis, PCA)推广到核主分量分析( kernel PCA, KPCA)<sup>[8,9]</sup>, 实验结果表明, KPCA 不仅能够抽取非线性特征, 而且具有更优的识别结果。Mika 等、Baudat 和 Anouar、Roth 和 Steinhage、Yang 以及 Yang 等先后利用核技术将经典的 FDA 进行非线性推广, 提出了核 Fisher 鉴别分析( KFDA)方法<sup>[10~14]</sup>, 虽然这些方法解决问题的角度不同, 但其实验结果表明, 在原始输入空间中抽取的非线性最佳鉴别特征比线性最佳鉴别特征有效。

本文拟将核函数技术应用于 Fisher 鉴别分析, 与上述文献 [10~14] 不同, 本文是先原始样本里利用核函数技术, 而在变换后的特征空间  $H$  里, 则借鉴 Liu 的正交补空间思想<sup>[15]</sup>先抽取用于鉴别分析的特征, 然后在非线性映射  $\phi$  变换后的高维特征空间  $H$  里, 根据再生核理论( the Theory of Reproducing Kernel)<sup>[10]</sup> 即最优化准则函数式的解矢量一定位于  $H$  的某个子空间里的理论, 利用这个子空间里的一组向量来构造核样本矢量。该核样本矢量的维数等于原始训练样本的数目, 这样就使核样本矢量的维数较之原始样本的维数要小得多, 由于在现有的机器条件

下, 对核样本矢量使用正交补空间法<sup>[8]</sup>是可行的, 从而可得到基于核的子空间鉴别分析方法, 这种 KFDA 方法称为基于核的正交补空间法。笔者在 ORL 和 NUST603 两个标准人脸库上检验了本文方法的鉴别能力。实验结果表明, 基于核的正交补空间法在识别能力方面与 Yang 的方法<sup>[14]</sup>相当, 且明显优于 KPCA 方法和 Krenel Fisherfaces 方法。

## 2 核 Fisher 鉴别分析模型

### 2.1 基本概念和鉴别准则

设有  $C$  个样本类  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_C$ , 原始样本  $X$  为  $n$  维实矢量, 即  $X \in \mathbf{R}^n$ , 经过非线性映射  $\phi$  后对应的样本矢量为  $\phi(X) \in H$ , 则高维特征空间  $H$  中训练样本的类内散布矩阵  $S_\phi^w$  (上角  $w$  代表类内, 下同)、类间散布矩阵  $S_\phi^b$  (上角  $b$  代表类间, 下同)、总体散布矩阵  $S_\phi^t$  (上角  $t$  代表总体, 下同)估计如下:

$$S_\phi^w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{N_i} (\phi(X_{i,j}) - m_{\phi,i}) (\phi(X_{i,j}) - m_{\phi,i})^T \quad (1)$$

$$S_\phi^b = \sum_{i=1}^C \frac{N_i}{N} (m_{\phi,i} - m_{\phi,\rho}) (m_{\phi,i} - m_{\phi,\rho})^T \quad (2)$$

$$S_\phi^t = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\phi(X_j) - m_{\phi,\rho}) (\phi(X_j) - m_{\phi,\rho})^T = S_\phi^w + S_\phi^b \quad (3)$$

其中  $N_i$  为第  $i$  类训练样本的数目,  $N$  为训练样本的总数,  $\phi(X_{i,j})$  ( $i=1, \dots, C; j=1, \dots, N_i$ ) 表示特征空间  $H$  中第  $i$  类第  $j$  个训练样本,  $\phi(X_j)$  ( $j=1, \dots, N$ ) 表示特征空间  $H$  中第  $j$  个训练样本,  $m_{\phi,i} = E\{\phi(X) | \omega_i\}$  为特征空间  $H$  中第  $i$  类训练样本的均值,  $m_{\phi,\rho} = \sum_{i=1}^C P(\omega_i) m_{\phi,i}$  为特征空间  $H$  中全体训练样本的均值。

由式(1)、式(2)、式(3)知,  $S_\phi^w, S_\phi^b, S_\phi^t$  均为非负定对称矩阵。

特征空间  $H$  中 Fisher(即  $J_f$  下角  $f$ )鉴别准则函数为

$$J_f(W) = \frac{W^T S_\phi^b W}{W^T S_\phi^w W} \quad (4)$$

特征空间  $H$  中广义的 Fisher 鉴别准则函数为

$$\tilde{J}_f(W) = \frac{W^T S_\phi^b W}{W^T S_\phi^w W} \quad (5)$$

其中,  $W$  为非零列矢量。

当类内散布矩阵  $S_\phi^w$  非奇异时, 则式(4)、式(5)两准则函数完全等价; 当  $S_\phi^w$  奇异时, 式(5)准则函数是式(4)准则函数的合理拓广<sup>[15]</sup>。本文采用式(5)准则函数。

### 2.2 两个等价模型

在特征空间  $H$  中, Fisher 线性鉴别分析旨在寻找一组最佳鉴别矢量  $W_1, \dots, W_d$ , 用来最大化 Fisher 鉴别准则函数(式(5))。这可通过解下面模型 I 的优化问题得到:

$$\text{模型 I } \max(\tilde{J}_f(W)), W \in H.$$

事实上,  $W_1, \dots, W_d$  即为与广义特征方程  $S_\phi^b W = \lambda S_\phi^w W$  的  $d$  个最大特征值对应的单位特征矢量。

由于特征空间的维数非常高, 甚至是无穷维的, 显式地计算  $S_\phi^b, S_\phi^w$  是不可能的, 因此, 必须对式(1)、式(2)、式(3)进行变换, 使它只包含映射后样本的内积运算  $\Phi(X), \Phi(Y)$ , 以便利用 SVM 中的核函数技术来进行有效的计算。

根据再生核理论, 任何一个最优化准则函数(式(5))的解矢量  $W$  一定位于由特征空间  $H$  中所有训练样本  $\Phi(X_1), \dots, \Phi(X_N)$  张成的空间内, 即

$$W = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi(X_i) = \Gamma \alpha \quad (6)$$

其中

$$\Gamma = (\Phi(X_1), \dots, \Phi(X_N)), \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)^T \in \mathbf{R}^N \quad (7)$$

定义 1 式(7)中的  $\alpha$  为对应于特征空间  $H$  中最佳鉴别矢量  $W$  的最佳核鉴别矢量。

把特征空间  $H$  中的样本  $\Phi(X)$  投影到  $W$  上:

$$W^T \Phi(X) = \alpha^T \Gamma^T \Phi(X) = \alpha^T \xi_X \quad (8)$$

其中

$$\xi_X = (k(X_1, X), \dots, k(X_N, X))^T \quad (9)$$

定义 2 对应于原始样本  $X \in \mathbf{R}^n$ , 称式(9)中的  $\xi_X$  为核样本矢量。设  $\xi_{X_1}, \xi_{X_2}, \dots, \xi_{X_N}$  为分别对应于原始训练样本  $X_1, X_2, \dots, X_N$  的  $N$  个核样本矢量, 令  $K = (\xi_{X_1}, \xi_{X_2}, \dots, \xi_{X_N})$ , 则称  $K$  为核矩阵。

由此定义易知, 核矩阵  $K$  为  $N \times N$  对称矩阵 ( $N$  为训练样本的总数)。

若把特征空间  $H$  中训练样本类均值矢量和总体均值矢量分别投影到  $W$  上:

$$\begin{aligned} W^T m_{\phi_i} &= \alpha^T \Gamma^T \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} \Phi(X_{i,k}) \\ &= \alpha^T \mu_i \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} W^T m_{\phi_0} &= \alpha^T \Gamma^T \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Phi(X_k) \\ &= \alpha^T \mu_0 \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_i &= \left( \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} \Phi(X_{i,k})^T \Phi(X_{i,k}), \dots, \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} \Phi(X_N)^T \Phi(X_{i,k}) \right)^T \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Phi(X_1)^T \Phi(X_k), \dots, \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Phi(X_N)^T \Phi(X_k) \right)^T \end{aligned} \quad (13)$$

则根据式(7)、式(9)、式(10)可得

$$W^T S_\phi^b W = \alpha^T K_b \alpha \quad (14)$$

$$W^T S_\phi^w W = \alpha^T K_w \alpha \quad (15)$$

$$W^T S_\phi^t W = \alpha^T K_t \alpha \quad (16)$$

其中

$$K_b = \sum_{i=1}^c \frac{N_i}{N} (\mu_i - \mu_0)(\mu_i - \mu_0)^T \quad (17)$$

$$K_w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{N_i} (\xi_{X_{i,j}} - \mu_i)(\xi_{X_{i,j}} - \mu_i)^T \quad (18)$$

$$K_t = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\xi_{X_j} - \mu_0)(\xi_{X_j} - \mu_0)^T = K_b + K_w \quad (19)$$

定义 3 本文把式(17)、式(18)、式(19)中的  $K_b, K_w, K_t$  分别称为核类间(用下角  $b$  表示)散布矩阵、核类内(用下角  $w$  表示)散布矩阵、核总体(用下角  $t$  表示)散布矩阵。

由此定义易证明  $K_b, K_w, K_t$  均为  $N \times N$  大小的非负定对称矩阵 ( $N$  为训练样本的总数)。特别值得注意的是, 在定义形式上它们非常类似于  $S_\phi^b, S_\phi^w, S_\phi^t$ 。

由式(14)、式(16)可见, 高维特征空间  $H$  中广义 Fisher 鉴别准则函数(式(5))等价于:

$$\tilde{J}_f(W) = \frac{W^T S_\phi^b W}{W^T S_\phi^w W} = \frac{\alpha^T K_b \alpha}{\alpha^T K_w \alpha} \text{ 记为 } J(\alpha)$$

即

$$J(\alpha) = \frac{\alpha^T K_b \alpha}{\alpha^T K_w \alpha} \quad (20)$$

其中  $\alpha$  为任一  $N$  维非零列矢量。

由式(20)可知, 模型 I 等价于模型 II:

模型 II  $\max(J(\alpha)), \alpha \in \mathbf{R}^N$ , 其中  $K$  为核矩阵。

虽然模型 I 与模型 II 形式上相同, 但却有本

质差别。模型 I 中的变量  $W \in H$  是高维的,甚至是无穷维的,而模型 II 中的变量  $\alpha \in \mathbf{R}^N$  则是低维的(训练样本数  $N$  相对于  $H$  的维数要小得多)。显然,若能求出模型 II 的解,则通过式(6)就可以得到模型 I 的解。本文不用通常的 FDA 方法解模型 II,而是按 FSDA 的思想求模型 II 的解,即对模型 II 来说,要求出一组彼此正交最佳的核鉴别矢量,虽然与之对应的模型 I 的解未必正交。本文将这种求取模型 I 的鉴别矢量集的方法称为基于核的正交补空间法。

### 3 基于核的正交补空间算法

#### 3.1 最佳核鉴别矢量存在定理

引理 1<sup>[15]</sup> 设  $A$  为一非负定矩阵,  $X$  为列矢量, 则  $X^T A X = 0$  当且仅当  $A X = 0$ 。

定理 1 设

$$K_i^{-1}(0) = \{X | K_i X = 0, X \in \mathbf{R}^N\},$$

$\overline{K_i^{-1}(0)}$  为  $K_i^{-1}(0)$  的正交补空间, 则模型 II 的最佳核鉴别矢量  $\alpha_i$  可在  $\overline{K_i^{-1}(0)}$  中选取。

证明 因为  $K_i = K_b + K_w$ , 所以  $\forall X \in \mathbf{R}^N$  有  $0 \leq X^T K_b X \leq X^T K_i X$ 。由引理 1 可推出, 由于  $\forall X \in K_i^{-1}(0)$   $X^T K_i X = 0$ , 因此,  $\forall X \in K_i^{-1}(0)$   $X^T K_b X = 0$ 。因为  $\alpha_i$  一定满足  $\alpha_i^T K_b \alpha_i > 0$ , 故  $\alpha_i$  可表示为  $\alpha_i = \alpha + \beta$ , 其中  $\beta \in K_i^{-1}(0)$   $\alpha \in \overline{K_i^{-1}(0)}$   $\alpha$  为非零矢量。容易证明  $\forall \beta \in K_i^{-1}(0)$ ,  $\forall \alpha \in \overline{K_i^{-1}(0)}$ , 等式  $\mathcal{K}(\alpha + \beta) = \mathcal{K}(\alpha)$  成立, 所以  $\alpha_i$  可从  $\overline{K_i^{-1}(0)}$  中选取。

#### 3.2 最佳核鉴别矢量集的算法

由 3.1 节的定理 1 可知, 最佳核鉴别矢量集的算法描述如下:

(1) 计算第 1 个最佳核鉴别矢量  $\alpha_1$

设  $K_i^{-1}(0) = \text{Span}\{\varphi_1, \dots, \varphi_{n_1}\}$ ,  $\overline{K_i^{-1}(0)} = \text{Span}\{\beta_1, \dots, \beta_{n-n_1}\}$ ,

其中  $\varphi_1, \dots, \varphi_{n_1}, \beta_1, \dots, \beta_{n-n_1}$  为单位正交矢量组。

情形① 若  $K_i$  非奇异, 即  $n_1 = 0$ , 则  $\alpha_i$  为与矩阵  $K_i^{-1} K_b$  的最大特征值对应的单位特征矢量;

情形② 若  $K_i$  奇异, 即  $n_1 > 0$ , 则由定理 1 可知, 可从  $\overline{K_i^{-1}(0)}$  中选取  $\alpha_i$ 。

令  $\alpha = z_1 \beta_1 + \dots + z_{n-n_1} \beta_{n-n_1} = P Z$ , 其中  $P = (\beta_1, \dots, \beta_{n-n_1})$   $Z = (z_1, \dots, z_{n-n_1})^T$ , 代入式(20)得

$$\mathcal{K}(\alpha) = \frac{\alpha^T K_b \alpha}{\alpha^T K_i \alpha} = \frac{Z^T P^T K_b P Z}{Z^T P^T K_i P Z}$$

因为对任意非零矢量  $Z \in \mathbf{R}^{n-n_1}$   $\alpha \in \overline{K_i^{-1}(0)}$ , 且  $\alpha \neq 0$   $Z^T P^T K_i P Z = \alpha^T K_i \alpha > 0$ , 故  $P^T K_i P$  是正定的。

设  $Z_1$  为与矩阵  $(P^T K_i P)^{-1} (P^T K_b P)$  的最大特征值对应的特征矢量, 则  $\alpha_1$  取为  $\frac{P Z_1}{\|P Z_1\|}$ 。

(2) 计算第  $i$  个最佳核鉴别矢量  $\alpha_i$

设  $\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}$  为已求得的  $i-1$  个最佳鉴别矢量,  $V_i = \text{Span}\{\varphi_1, \dots, \varphi_{n_1}, \alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}\}$  显然  $\varphi_1, \dots, \varphi_{n_1}, \alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}$  为单位正交矢量。令  $\overline{V}_i = \text{Span}\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-n_1-i+1}\}$  为  $V_i$  的正交补空间, 其中  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-n_1-i+1}$  为单位正交矢量, 本文从  $\overline{V}_i$  中选取  $\alpha_i$ , 则  $\alpha_i$  一定与  $\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}$  正交, 令

$$\alpha = z_1 \theta_1 + z_2 \theta_2 + \dots + z_{n-n_1-i+1} \theta_{n-n_1-i+1} = P_i Z_i$$

其中,  $P_i = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-n_1-i+1})$ ,  $Z_i = (z_1, z_2, \dots, z_{n-n_1-i+1})^T$ , 代入  $\mathcal{K}(\alpha)$  得

$$\mathcal{K}(\alpha) = \frac{\alpha^T K_b \alpha}{\alpha^T K_i \alpha} = \frac{Z_i^T P_i^T K_b P_i Z_i}{Z_i^T P_i^T K_i P_i Z_i}$$

显然, 矩阵  $P_i^T K_i P_i$  是非奇异的。

设  $Z_i$  是与矩阵  $(P_i^T K_i P_i)^{-1} (P_i^T K_b P_i)$  的最大特征值对应的特征矢量, 则  $\alpha_i$  可取为  $\frac{P_i Z_i}{\|P_i Z_i\|}$ 。

若  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_d\}$  是模型 II 确定的最佳核鉴别矢量集, 则模型 I 的最佳鉴别矢量集为

$$\{W_1, W_2, \dots, W_d\} \quad (21)$$

其中,  $W_i = \sum_{k=1}^N \alpha_{i,k} \Phi(X_k) = \Gamma \alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, d$

### 4 特征抽取

设特征空间  $H$  中的最佳鉴别矢量集为  $\{W_1, W_2, \dots, W_d\}$ , 对于任意一个映射后样本  $\Phi(X)$ , 则它的最佳鉴别特征矢量为

$$Z = (W_1, W_2, \dots, W_d)^T \Phi(X) = (z_1, z_2, \dots, z_d)^T \quad (22)$$

其中  $z_i = \alpha_i^T \xi_X$  ( $i = 1, \dots, d$ )  $\xi_X$  为原始输入样本  $X$  的核样本矢量。

### 5 实验及其分析

为验证本文方法效果, 在两个标准人脸库上, 对本文方法的鉴别能力进行了实验, 实验中采用的多项式核函数为  $k(X, Y) = (X^T Y + 1)^d$ , 分类器是使用

最小距离分类器。

### 实验 1 ORL 人脸库

实验 1 是在 ORL 标准人脸库上进行的. 此人脸库由 40 人, 每人 10 幅图像组成, 其中有些图像拍摄于不同时期, 其不仅人的脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化, 比如 笑或不笑, 眼睛或睁或闭, 戴或不戴眼镜, 而且人脸姿态也有相当程度的变化, 其深度旋转和平面旋转可达 20°, 另外, 人脸的尺度也有多达 10% 的变化. 图像的分辨率是 112 × 92。图 1 是 ORL 人脸库中某一人的 5 幅图像。



图 1 ORL 人脸库中一人的 5 幅图像

Fig. 1 Five images of a man in ORL face database

本试验是以每人的前 5 幅图像作为训练样本, 后 5 幅作为测试样本, 这样训练样本和测试样本总数均为 200。核函数中的  $d$  取 2。试验的结果, 即正确识别率和投影轴数之间的对应关系见图 2。实验采用的分类器是最小距离分类器。

同时, 为便于比较, 图 2 还给出了核组合法 (kernel combination)<sup>[14]</sup>、KPCA<sup>[8,9]</sup> 以及 kernel Fisherfaces<sup>[13]</sup> 等方法的结果。从图中可以看出, 本文方法 (kernel subspace) 的结果当鉴别矢量数目大于 34 时, 识别率明显高于 KPCA 法以及核 Fisherfaces 方法的结果, 且当鉴别矢量数目大于 37 时, 其识别率与文献 [14] 方法的结果相当。

### 实验 2 NUST603 人脸库

本试验是在一个规模较大的 NUST603 人脸数据库上进行。此人脸库包含 96 人, 每人 10 幅图像

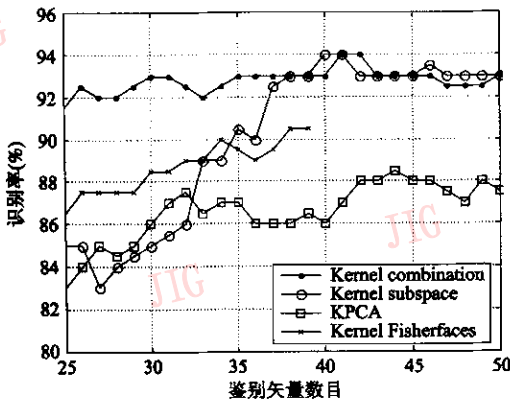


图 2 ORL 人脸库上实验结果

Fig. 2 Experimental results on ORL face database

(见图 3(a))。此图像背景较为复杂, 且光照条件变化较大, 图像中人的脸部表情和姿态也有着一定程度的变化, 每幅图像的分辨率均为 128 × 128。为了便于识别, 实验时, 首先利用文献 [14] 中提供的算法将图像中的脸像切割出来, 然后规一化为 32 × 32 的标准图像 (见图 3(b))。



(a) 部分原始图像



(b) 部分 32 × 32 标准图像

图 3 NUST603 人脸数据库的一些例图

Fig. 3 Some images in NUST603 face database

由于本试验的目的之一是为了检验本文算法对光照的敏感程度, 故在图像规一化的过程中, 对图像的灰度不做任何处理。试验中是采用每人的前 5 幅图像作为训练样本, 后 5 幅作为测试样本, 这样训练样本和测试样本总数均为 480。核函数中的  $d$  取 2。试验的正确识别率和投影轴数之间的对应关系见图 4。试验采用的分类器是最小距离分类器, 同时, 为便于比较, 也给出了 kernel combination<sup>[14]</sup>、KPCA<sup>[8,9]</sup> 以及 kernel Fisherfaces<sup>[13]</sup> 等方法的结果。从图 4 可以看出, 本文方法 (kernel subspace) 的识别结果, 当鉴别矢量数目大于 75 时, 识别率明显高于 KPCA 以及核 Fisherfaces 方法的识别率, 且当鉴别矢量数目大于 94 时, 识别率不低于文献 [14]

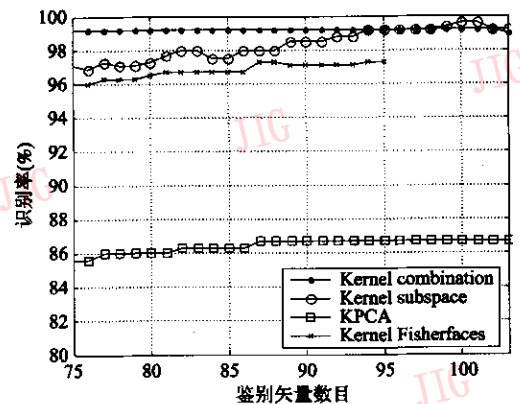


图 4 NUST603 人脸库上实验结果

Fig. 4 Experimental results on NUST603 face database

方法的识别率。实际上,当鉴别矢量数目取 100 和 101 时,本文方法的识别率为 99.58%,高于文献 [14] 方法 99.38% 的识别率。

但实验结果需依赖核函数的选择,图 2 与图 4 是采用指数  $d=2$  时的多项式核函数得到的不同鉴别矢量数目识别率变化曲线,表 1 列出了当  $d$  取 7 种不同

值时,最佳(误识样本数最低)识别结果。从表 1 的数据可以看出,对两个数据库人脸像进行识别时,当  $d=2$  时,本文方法都能取得最优的识别结果,且对 NUST603 数据库而言,当  $d=2$  时的最优识别结果比  $d=1$  时的最优识别结果好,这也验证了非线性方法的确能抽取到比线性方法有效的鉴别特征。

表 1 几种不同方法在 ORL 和 NUST603 两个人脸库上实验结果比较

Tab. 1 Comparison of the experimental results on both ORL and NUST 603 human face databases for some different discriminant methods

数据库	多项式次数	识别方法			
		KPCA	核 Fisherfaces	核组合法	本文方法
ORL	$d=0.5$	21( 76 )	28( 38 )	10( 57 )	11( 42 )
	$d=1$	18( 89 )	23( 39 )	11( 39 )	11( 39 )
	$d=1.5$	21( 69 )	21( 38 )	12( 37 )	12( 39 )
	$d=2$	23( 44 )	19( 38 )	12( 41 )	12( 40 )
	$d=2.5$	24( 41 )	22( 39 )	15( 51 )	14( 48 )
	$d=3$	24( 69 )	28( 39 )	17( 48 )	15( 59 )
	$d=4$	25( 84 )	36( 38 )	17( 46 )	15( 50 )
NUST603	$d=0.5$	27( 144 )	93( 95 )	5( 114 )	6( 94 )
	$d=1$	33( 91 )	14( 50 )	5( 104 )	6( 98 )
	$d=1.5$	45( 106 )	14( 82 )	4( 107 )	4( 100 )
	$d=2$	58( 260 )	13( 94 )	3( 112 )	2( 100 )
	$d=2.5$	75( 108 )	9( 83 )	3( 111 )	2( 95 )
	$d=3$	80( 125 )	13( 88 )	3( 103 )	4( 82 )
	$d=4$	95( 148 )	8( 95 )	5( 114 )	7( 45 )

注 21( 76 )括号外的数字表示误识样本数目,括号内的数字表示鉴别特征维数

为了进一步说明本文方法的性能,本文对 KPCA、Kernel Fisherfaces、文献 [14] 方法与本文方法在 ORL 和 NUST603 两个人脸库上进行实验得到最高正确识别率时的最佳特征维数、误识样本数目、正确识别率、特征抽取时间、样本识别时间以及特征抽取和识别时间(  $s$  )进行了统计,统计结果见表 2。实验中使用的核函数是  $k(X, Y) = (X^T Y + 1)^2$ 。实验是使用 Matlab 语言编程,在 Pentium( R ) 4 CPU 2.80GHZ 2.79GHZ 内存 256MP 计算机上进行的。

由表 2 的数据可见,在识别性能方面,本文方法与文献 [14] 的组合法相当,特别在 NUST603 数据库上,本文方法识别率优于文献 [14] 的方法,核 Fisherfaces 性能次之, KPCA 的识别性能最差;在特征抽取方面,本文方法时间偏长,这是核子空间法的

不足之处,但与文献 [14] 核组合法相比较,本文方法的优越性体现在解模型 II 时,得到的是一组彼此正交的最佳核鉴别矢量,而核组合法则不能保证这一点。大家知道,由于满足正交条件的最佳核鉴别矢量在几何上是独立的,因此用核最佳鉴别矢量集抽取特征可以降低冗余信息。在 NUST603 人脸库上的实验的结果也验证了这个事实。本文方法得到的最高识别率达 99.58%,高于核组合法的 99.38% 识别率(见表 2)。

另外,值得指出的是,对于如 ORL 人脸库这样多类别、高维的数据库,在现有的机器环境( Pentium( R ) 4 CPU 2.80GHZ 2.79GHZ 256MP 的内存 )下,直接用文献 [15] 的正交补空间法来解决分类问题是不可行的,但本文利用核技术却巧妙地解决了这个问题(  $d=1$  的情形)。

表 2 KPCA、核 Fisherfaces、核组合方法与本文方法在 ORL 和 NUST603 两个人脸库上实验结果对比

Tab. 2 Comparison of the experimental results for KPCA , kernel fisherfaces , kernel combination and kernel subspace on both ORL and NUST 603 human face databases , respectively

数据库	比较项目	识别方法			
		KPCA	核 Fisherfaces	核组合法	本文方法
ORL	最优投影轴数	44	38	41	40
	误识样本数目	23	19	12	12
	正确识别率( % )	88.5	90.5	94	94
	特征抽取时间( s )	67.34	61.34	77.22	128.23
	样本识别时间( s )	0.09	0.09	0.09	0.48
	总时间( s )	67.44	61.44	77.31	128.72
NUST603	最优投影轴数	260	94	112	100
	误识样本数目	58	13	3	2
	正确识别率( % )	87.92	97.29	99.38	99.58
	特征抽取时间( s )	91.91	94.17	114.27	913.87
	样本识别时间( s )	1	0.64	1.36	1.94
	总时间( s )	92.91	94.81	115.62	915.81

## 6 结 论

众所周知,现实人脸识别中,原始样本的分布通常是高度复杂和非线性的,利用传统的 FDA 来解决分类问题,一般不能取得令人满意的结果。受 SVM 理论中有关核技术的启发,本文提出了一种非线性特征的抽取方法——基于核的正交补空间法。该方法综合了核技术和 FSDA 的优点,并利用它来抽取原始样本特征。这一方面能够使得高度复杂和非线性的原始样本线性化和简单化,另一方面能够使得样本特征之间的冗余信息明显地降低。在 ORL 和 NUST603 两个标准人脸库上的实验结果也验证了本文方法的有效性。为提高识别性能,如何根据所给的具体问题选择相应的核函数,仍是值得进一步研究的问题。

## 参考文献(References)

- Wilks S S. Mathematical statistics[ M ]. New York : Wiley , 1962 : 577 ~ 578.
- Duda R , Hart P. Pattern classification and scene analysis[ M ]. New York : Wiley , 1973.
- Belhumeur Peter N , Hespanha Joao P , Kriegman David J. Eigenfaces vs. Fisherfaces : Recognition using class specific linear projection[ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence , 1997 , 19( 7 ) : 711 ~ 720.
- Liu Cheng-Jun , Wechsler Harry. A shape- and texture-based enhanced Fisher classifier for face recognition[ J ]. IEEE Transactions on Image Processing , 2001 , 10( 4 ) : 598 ~ 608.
- Sammon J W. An optimal discriminant plane[ J ]. IEEE Transactions on Computer , 1970 , 19( 9 ) : 826 ~ 829.
- Foley D H , Sammon J W Jr. An optimal set of discriminant vectors [ J ]. IEEE Transactions on Computer , 1975 , 24( 3 ) : 281 ~ 289.
- Vapnik Vladimir N. The nature of statistical learning theory[ M ]. Berlin , German : Springer , 1995.
- Scholkopf B , Smola A , Muller K R. Kernel principal component analysis[ A ]. In : W. Gerstner , ed : Proceedings of International Conference on Artificial Neural Networks Lecture Notes in Computer Science[ C ] , Berlin : Springer , 1997 , 1327 : 583 ~ 588.
- Scholkopf B , Smola A , Muller K R. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem[ J ]. Neural Computation , 1998 , 10( 5 ) : 1299 ~ 1319.
- Mika S , Ratsch G , Weston J , et al. Fisher discriminant analysis with kernels[ J ]. In : IEEE Neural Networks for Signal Processing Workshop[ C ] , Madison , Wisconsin , USA , 1999 : 41 ~ 48.
- Baudat G , Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach [ J ]. Neural Computation , 2000 , 12 ( 10 ) : 2385 ~ 2404.
- Volker Roth , Volker Steinhage. Nonlinear discriminant analysis using kernel functions[ A ]. In : Solla S A , Leen T K , Müller K-R , editors. Advance in Neural Information Processing Systems 12[ C ]. Cambridge , MA , USA : MIT Press , 2000 : 568 ~ 574.
- Yang Ming Hsuan. Kernel eigenfaces vs. kernel fisherface : face recognition using kernel method[ A ]. In : Proceedings of Fifth IEEE International Conference Automatic Face and Gesture Recognition[ C ] , Washinton , USA , 215 ~ 220 , May 2002.
- Yang Jian , Frangi Alejandro F , Yang Jing-yu , et al. KPCA Plus LDA : A complete kernel Fisher discriminant framework for feature extraction and recognition[ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence , 2005 , 27( 2 ) : 230 ~ 244.
- Liu K , Yang J-Y. An efficient algorithm for Foley-Sammon optimal set of discriminant vectors by algebraic method[ J ]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence , 1992 , 6( 5 ) : 817 ~ 829.